



ISEM-V

MEMORIAS

**I SIMPOSIO DE EDUCACIÓN
MATEMÁTICA
(I SEM-V)
“EDUCACIÓN MATEMÁTICA
EN TIEMPOS DE PANDEMIA”**

TOMO I
CONFERENCIAS

Sagula, Jorge E.

I Simposio de Educación Matemática -I SEM-V- Educación Matemática en
Tiempos de Pandemia : Tomo I conferencias / Jorge E. Sagula ; Diego O. Agudo. - 1a
ed. - Luján : EdUNLu, 2021.

Libro digital, PDF

Archivo Digital: descarga y online

ISBN 978-987-3941-60-3

I. Matemática. I. Agudo, Diego O. II. Título.

CDD 510.72

ISBN 978-987-3941-60-3



9 789873 941603



ÍNDICE

TOMO I – Conferencias

Página 4

Panel de Apertura: Dr. Bruno D'AMORE
Dr. Ángel RUIZ-ZUÑIGA
Dr. Eduardo MANCERA
Dr. Fidel OTEIZA
Dr. Fredy GONZÁLEZ

Educación Matemática en Tiempos de Pandemia

Página 6

Conferencia 01: Dr. Bruno D'AMORE

Un estudio del desarrollo de la Didáctica de la Matemática con los medios teóricos del EOS

Página 12

Conferencia 02: Dra. Martha Isabel FANDIÑO PINILLA

El desarrollo de la Didáctica de la Matemática. Relaciones entre EOS y Otras Teorías

Página 19

Conferencia 03: Dr. Salvador LLINARES

Aproximaciones a la Formación de Profesores de Matemáticas: Relación Teoría-Práctica en contextos Virtuales

Página 22

Conferencia 04: Dr. Marcel D. POCHULU

Enseñar Matemática en la Virtualidad: ¿Qué Cambios Provocó en Nuestras Prácticas?

Página 27

Conferencia 05: Dra. Mabel RODRÍGUEZ

Consideraciones para la Enseñanza Virtualizada de la Matemática

Página 31

Conferencia 06: Dr. Ángel RUIZ

Las Ventanas Políticas de una Reforma Matemática. Costa Rica: 2010-2022

Página 37

Conferencia 07: Dr. Eduardo MANCERA

Matemática sin Fórmulas

Página 43

Conferencia 08: Dra. Teresita TERÁN

El Despertar del Interés de los Adolescentes hacia la Estadística a partir de la Información disponible durante la Pandemia



ÍNDICE

TOMO I – Conferencias

Página 52

Conferencias 09: Dr. Juan E. NÁPOLES VALDES
Matemática Realista. El Uso de la Pandemia como Recurso Didáctico

Página 57

Conferencia 10: Dr. Fidel OTEIZA
Escuelas vacías, Alumnos y Profesores en sus Hogares: ¿Una Oportunidad para Repensar la Escuela? y ¿Para Repensar la Clase de Matemática?

Página 61

Conferencia 11: Dra. Claudia L. OLIVEIRA GROENWALD
Metodologías Activas y el Uso de Recursos Digitales para que los Estudiantes sean Agentes Activos en el Aprendizaje

Página 65

Conferencia 12: Lic. Jorge E. SAGULA
Visión de la Educación Matemática en Convergencia con la Inteligencia Artificial en Contextos Complejos (Tiempos de Pandemia) (desde Big Data a Machine Learning)

Página 70

Conferencia 13: Dr. Miguel DELGADO PINEDA
Enseñanza No Presencial de las Matemáticas: Una Realidad o una Obligación debido a la Pandemia de COVID-19

Página 77

Conferencia 14: Dr. Alberto FORMICA
Reflexiones en torno a la Problemática de la Enseñanza y del Aprendizaje de la Matemática en la actual época de Aislamiento Social

Página 82

Conferencia 15: Dr. Iran ABREU MENDES
Historias para la Enseñanza de las Matemáticas: Epistemologías, Textos, Contextos y Procesos Educativos

Página 84

Conferencia 16: Mg. Teresa LOIÁCONO
Pedagogía Líquida en Tiempos de Pandemia

Página 91

Conferencia 17: Dr. Fredy E. GONZÁLEZ
Dimensión Afectiva de la Formación de Profesores, mediada Tecnológicamente, en un Contexto de Epidemia Global

Un estudio del desarrollo de la Didáctica de la Matemática con los medios teóricos del EOS

Bruno D'AMORE
damore@unibo.it

Doctorado Interinstitucional en Educación (énfasis matemático)
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia
NRD c/o Departamento de Matemática, Universidad de Bologna, Italia

Resumen

Se presentan y se sintetizan diversas reflexiones sobre las bases teóricas del Enfoque ontosemiótico del conocimiento matemático y de la enseñanza de la matemática, en el marco general de la progresiva consolidación de la Didáctica de la Matemática como disciplina científica. Se presentan algunas características del conocimiento científico en general, los requisitos que se le exigen a la didáctica para su consideración como ciencia y el problema de la proliferación de marcos teóricos.

Palabras Clave: Bases de la didáctica de la matemática. Bases del EOS. Relaciones entre Teorías Didáctica de la Matemática como Ciencia.

¹Nota

¹ Este texto hace referencia, analiza y profundiza trabajos previos, en particular: D'Amore (2000, 2001a, 2001b, 2007); D'Amore y Fandiño Pinilla (2001, 2020a, 2020b); D'Amore, Font y Godino (2007); D'Amore y Godino (2006, 2007); D'Amore y Radford (2017); Font, Godino y D'Amore (2007).

Breves notas sobre el nacimiento de la Didáctica de la Matemática

Establecer una fecha de nacimiento para la Didáctica de la Matemática (DdM), es una empresa titánica y sin un éxito garantizado; sin embargo, creemos que muchos concuerdan en afirmar que, *para como la entendemos hoy*, la DdM como disciplina, nace en los años '70 (Artigue, Gras, Laborde, & Tavnignot, 1984).

Cuando la DdM inició a delinarse, eran tantas sus interpretaciones como cuantos eran los investigadores que declaraban ocuparse de ésta; pero, ya a finales de los años '80, Thomas Romberg, aceptando parámetros "débiles" para la definición de "ciencia consolidada y estable", declaraba que la DdM podía ser considerada como tal (Romberg, 1988).

Sin embargo, un artículo de Sierpinska y Lerman de 1996 sobre la epistemología de la matemática y sobre la educación matemática evidenciaba una gran cantidad de puntos de vistas teóricos puestos en acto para afrontar la investigación en DdM (Sierpinska & Lerman, 1996), puntos de vista que son absolutamente vitales aún hoy, veinte años después.

"Pluralidad de puntos de vista" puede significar "enriquecimiento"; sin embargo, para el progreso de una disciplina y para el potenciamiento de sus aplicaciones prácticas, nos parece inevitable deber cumplir el esfuerzo de identificar pocos conceptos y métodos unificadores que, en un inmediato futuro, nos lleven todos a compartir un verdadero *programa de investigación* (Lakatos & Musgrave, 1960).

Qué entendemos hoy con el término "ciencia"

Sobre este punto es necesario proceder con calma, afrontando el tema desde lejos: aquí se utilizará principalmente el texto de D'Amore (2007).

El término "teoría científica" o "ciencia" generalmente se reserva a toda representación (simbólica, abstracta, escrita, ...) compartida, coherente y plausible, de un conjunto de fenómenos relacionados entre sí por relaciones causales, describibles, significativas (causa - efecto, deducción, inducción, abducción, ...) (Flach & Hadjiantonis, 2000).

Dejando de lado, por brevedad, el recorrido arcaico de la idea de ciencia, entre las formas actuales de considerar una teoría científica se encuentra la bien conocida y discutida noción de "paradigma" ideada por Thomas Kuhn (Kuhn, 1957); se entiende por "paradigma" el conjunto de las hipótesis teóricas generales y el conjunto de las leyes para sus aplicaciones, aceptadas comúnmente por quienes se declaran pertenecientes a una misma comunidad científica, y que implican un sustancial acuerdo en los juicios profesionales, de mérito y de pertinencia.

En la formación de una nueva comunidad científica, existe un momento a partir del cual se puede hablar precisamente de "paradigma"; la fase precedente está caracterizada por una desorganización, exenta de acuerdos específicos, y con una constante riqueza de debates sobre los fundamentos de la disciplina misma. Como dijimos en precedencia, de forma un poco irónica se puede afirmar que en esta fase hay tantas teorías como investigadores y una continua búsqueda y exigencia de clarificar los puntos de vista propios y las posiciones de los otros. Los trabajos escritos de investigación en este momento están por lo general acompañados de explicaciones sobre las características generales de la investigación misma.

La tesis más famosa de Kuhn (1957) es aquella según la cual el progreso científico procede según "revoluciones", dado que se presenta un cambio, una evolución, sólo después de una crisis.

Otra contribución fundamental fue la que propuso al inicio de los años '60 Imre Lakatos (Lakatos & Musgrave, 1960), con la idea de "programa de investigación", es decir una sucesión de teorías científicas relacionadas entre sí en un desarrollo continuo, que contiene reglas metodológicas de investigación (reglas en positivo, de seguir, reglas en negativo, de evitar). Todo programa debe contener: un núcleo o centro del programa; un sistema de hipótesis auxiliares; una heurística, es decir, los procedimientos que se aplican a la resolución de los problemas. En esta sucesión, una nueva teoría se puede considerar un progreso respecto a la precedente si:

- permite hacer predicciones que la precedente no era en grado de hacer;
- algunas de dichas predicciones se pueden probar como verdaderas;
- la nueva teoría explica hechos que la precedente no podía probar.

Otra notable contribución teórica fue dada a mitad de los años '80 por Mario Bunge (Bunge, 1985): la ciencia es un cuerpo, en constante crecimiento, de conocimientos, caracterizado por el hecho de tratar conocimientos racionales, sistemáticos, exactos, verificables (por tanto, también fallibles).

Los conocimientos científicos coinciden con el conjunto de las ideas sobre un determinado argumento, establecidos provisoriamente en un primer momento; pero después, el concurso de cada uno y el intercambio de informaciones y de ideas da lugar a una comunidad científica. Lo que caracteriza la diferencia entre campos de creencias (religiones, ideologías, políticas, ...) y campos de investigación científica es el tipo de modalidades según las cuales se presentan los "cambios" en las ideas. En los primeros, los cambios se presentan

a causa de “revelaciones”, controversias, presiones sociales; en los segundos los cambios son continuos a raíz de los resultados de la investigación misma.

Según exigencias “débiles”, una teoría científica se define hoy como tal cuando dispone de un objeto específico de estudio, de un método de investigación propio y de un lenguaje específico compartido; a esta exigencia hacen referencia los teóricos de las ciencias humanas, para llamar “ciencias” precisamente, dichos dominios de estudio.

Esta exigencia “débil” permitió, en las últimas décadas, la proliferación del apelativo de “ciencia” dado a muchas disciplinas. De hecho, cualquier disciplina a cuyo desarrollo concurren estudiosos que se reconozcan y se acepten recíprocamente como expertos de ésta, fundando una comunidad de prácticas compartidas y que hacen uso del mismo lenguaje, antes o después adquiere precisamente las características descritas líneas arriba. El problema de la posible repetición de los experimentos, de la correcta definición de las variables en juego, del sentido que adquieren términos como “riguroso”, “verdadero”, etc., tiende a desvanecer o, mejor, a sufrir profundas modificaciones.

Lo que existe de común en todas estas interpretaciones es que las teorías científicas no pueden ser creaciones o invenciones de una única persona, sino que debe existir una comunidad de personas entre las cuales rige un sustancial acuerdo sea sobre los problemas significativos de la investigación, sea sobre las modalidades en las cuales dicha investigación se explica, sea sobre el lenguaje usado.

La Didáctica de la Matemática (DdM) es una ciencia

Entrando un poco más en la dirección precedentemente delineada, Romberg (1988), para definir las características peculiares de una teoría científica consolidada y estable, afirmaba explícitamente que:

- debe existir un conjunto de investigadores que demuestren interés en aspectos comunes; en otras palabras, deben existir problemáticas centrales que guían el trabajo de los investigadores y que estas problemáticas son compartidas;
- las explicaciones dadas, a estas problemáticas, por los investigadores deben ser del tipo causal;
- el grupo de investigadores debe haber elaborado un vocabulario y una sintaxis común, con la cual el grupo se manifiesta de acuerdo;
- el grupo debe haber elaborado procedimientos propios para aceptar o rechazar los enunciados en una manera considerada por sus miembros objetiva y ampliamente compartida.

Entre las ciencias así entendidas, se incluyen las didácticas disciplinarias y en particular la DdM:

- es evidente la existencia de un numeroso grupo internacional de investigadores en las diversas didácticas disciplinarias que tienen intereses comunes,
- para quienes existen problemáticas consideradas centrales y compartidas,
- que dan (desde hace unas cuatro décadas) explicaciones de carácter causal,
- que han elaborado un vocabulario común, siempre más compartido.

Estos investigadores tienen congresos y revistas específicas, al interior de las cuales las propuestas de comunicaciones o de publicaciones son analizadas sobre la base de procedimientos ampliamente compartidas. Estamos, por tanto, plenamente en las condiciones propuestas por Romberg para poder afirmar que muchas didácticas disciplinarias tienen todas las características para poder ser consideradas ciencias consolidadas y estables.

Además: nos parece necesario e inevitable que quien se ocupa de DdM deba ser óptimo conocedor de la matemática; el hecho es que no se puede ni pensar de entender problemas de falta de comprensión del concepto de límite (por ejemplo) por parte de un estudiante, si quien cumple este análisis no domina él mismo el concepto de límite. No solo conoce la matemática necesaria para entender esta noción, pero la conoce profundamente desde un punto de vista histórico-crítico, epistemológico, didáctico, hasta hacerla propia, es decir, no solo una noción aprendida en cursos, sino una “construcción personal”, elaborada en propio.

Por tanto, el estudio de la DdM y aún más la investigación en este campo requiere una fuerte interrelación de base sobre la competencia en matemática por parte de quien la realiza (este tema es mucho más estudiado y analizado en Fandino Pinilla, 2011, texto al cual reenviamos).²

Desde hace tiempo sugerimos que se puede interpretar la DdM como una disciplina interna a la matemática misma, una matemática aplicada, precisando aún más: aplicada a la problemática de la enseñanza – aprendizaje

² Esto no excluye que en el pasado y/o en la actualidad encontremos estudiosos de otras disciplinas, no matemáticos de profesión, que aportaron o estén aportando a la investigación en DdM una contribución extraordinaria; pero ciertamente esto es un hecho inusitado. Queremos recordar explícitamente a tres psicólogos que ayudaron y siguen ayudando a crear las bases mismas de la DdM: Efraím Fischbein, Gérard Vergnaud y Raymond Duval.

de la matemática. Nos parece que esta pertenencia sea cónsona, lógica, adecuada, funcional que no la de presentar la DdM dentro del ámbito de las ciencias de la formación o de la didáctica general (D'Amore & Frabboni, 1996; 2005; D'Amore & Fandiño Pinilla, 2020a, 2020b).

Consideramos oportuno y genial que, el 6 de julio de 2006, en el congreso Joint Meeting of UMI-SIMAI/SMAI-SMF: *Mathematics and its Applications*, que se llevó a cabo en el Departamento de Matemática de la Universidad de Turín, Italia, se haya incluido como temática precisamente la DdM con un amplio Panel on Didactics of Mathematics. Y que las actas de aquel panel hayan sido publicadas sobre una revista de DdM (AA. VV., 2007).

Volviendo, por tanto, a la teoría de una didáctica disciplinar, debemos en primer lugar hacer el esfuerzo de afrontar los problemas meta-disciplinarios; para nosotros, entre éstos, está la urgente necesidad de clarificar las nociones teóricas que se utilizan en DdM, en particular las nociones usadas para analizar los fenómenos del aprendizaje y la cognición.

Sobre este tema, no existe un consenso incluso al interno de aquella corriente que se suele llamar "epistemológica" o "didáctica fundamental" (Brousseau, 1989; Gascón, 1998). Para dar cuenta de lo que estamos afirmando, es suficiente observar la variedad de nociones (y de sus interpretaciones) que son usadas sin que haya habido un análisis previo, una confrontación, una clarificación, una limpieza.

Entre los términos que consideramos mayormente abusados, encontramos: conocimiento, saber, concepciones, conceptos, esquemas, invariantes operatorias, significado, praxeología, ... Se trata de nociones de base, de los instrumentos, de las herramientas, cada uno con potencialidades y límites, según la interpretación que de éstos se haga.

El problema interesante que se delineó en los últimos veinte años fue el de la necesidad de la elaboración de nuevos constructos cognitivos que superen eventuales limitaciones de aquellos existentes, utilizados a veces de forma acrítica, partiendo de lo que tenemos actualmente a disposición. Sólo así será posible una operación fundamental de reconocimiento de concordancias, complementariedades, redundancias, discordancias, ... entre las diversas posiciones.

En particular, si el objetivo fuese el de interpretar la DdM como una matemática aplicada, es evidente que cada término debería ser definido de forma unívoca y precisa. La tarea parece gravosa, pero, la matemática afrontó en precedencia ese tipo de dificultades, logrando dar definiciones de ideas que parecían escapar a todo intento de clasificación terminológica; pensemos, por ejemplo, en la idea de infinito que necesitó más de dos milenios de intentos (D'Amore, 1996a, b).

El uso del término "cognitivo", por ejemplo, es en sí mismo conflictual. Se encuentra en varias ocasiones para indicar conocimientos subjetivos, pero en ocasiones también para procesos mentales que las personas ponen en acto en el momento de afrontar un problema.

Desde el punto de vista psicológico de la cognición matemática, dichos procesos mentales, que tienen lugar en el cerebro de los seres humanos, son los únicos constituyentes del conocimiento que deben ser considerados. Pero esta afirmación limitativa no tiene en cuenta el hecho que los sujetos dialogan entre sí, encontrando o buscando acuerdos, regulan las formas de expresión y de actuación frente a determinadas clases de problemas; y que de estos "sistemas de prácticas compartidas" emergen objetos institucionales los cuales, a su vez, condicionan las formas de pensar y de actuar de los miembros de dichas instituciones.

Por tanto, junto a los conocimientos subjetivos que emergen de las formas de pensar y de actuar de los sujetos entendidos de forma individual, es necesario considerar los conocimientos institucionales, a los cuales se debe atribuir un cierto grado de objetividad.

Esto lleva inmediatamente a distinguir, en la cognición individual y en la cognición general, la dualidad "cognición individual" - "cognición institucional", entre las cuales se instauran relaciones dialécticas complejas.

Cognición individual: resultado del pensamiento y de la acción de un sujeto pensado como individuo frente a una cierta clase de problemas;

Cognición institucional: resultado del diálogo, del acuerdo y de la regulación de las acciones al interior de un grupo de individuos, frente a una cierta clase de problemas.

Una cognición individual no necesariamente coincide con la cognición institucional; se puede identificar la cognición personal con el término "cognitivo", como se hace en psicología cognitiva (Neisser, 1967); y la cognición institucional con el término "epistémico", dado que se ocupa de un conocimiento institucional.

Esta distinción es necesaria para afrontar dos puntos de vista de la investigación, el punto de vista *antropológico* (Chevallard, 1992, 1999) y el punto de vista *ontosemiótico* (Godino & Batanero, 1994; Godino, 2002).

No se tratará aquí el punto de vista antropológico, reenviando al análisis detallado propuesto en D'Amore y Godino (2006).

Conclusiones

Como en toda ciencia consolidada, también en DdM existen desarrollos teóricos, procesos de desarrollo, arrestos momentáneos e ideas brillantes que permiten reflexiones críticas maduras.

Pensamos que el EOS es una de aquellas teorías que determinaron el nacimiento de formas nuevas de pensamiento y de reflexión en el panorama de la DdM en el mundo. Sin embargo, aún hoy; si se desea describirla y evidenciar sus bases filosóficas, se debe hacer referencia a teorías precedentes que indudablemente fueron las bases para esta innovadora creación. Nada nace de la nada y las “espaldas de los gigantes” que nos precedieron están siempre ahí, listas para fungir de apoyo a nuevos investigadores de poco legados al litoral del mar a contemplar su vastedad.

Nosotros somos partidarios de la necesidad, en los límites de lo posible (en realidad: más allá de estos límites), de estudiar siempre la posibilidad de la unificación de las teorías o por lo menos su correlación sistematizada; casi nunca nos ha sucedido de tener que aceptar una falta total de nexos o constituyentes comunes entre dos teorías, por muy distantes que aparezcan a simple vista (Asenova, D’Amore, Fandiño Pinilla, Iori, & Santi, 2020).

Referencias Bibliográficas

- AA. VV. (2007). Actas del: Joint Meeting of UMI-SIMAI/SMI-SMF: *Mathematics and its Applications*. Panel on Didactics of Mathematics. Departamento de Matemática, Universidad de Turin, 6 julio 2006. *La matematica e la sua didattica*, 21(1).
- Artigue, M., Gras, R., Laborde, C., & Tavnignot, P. (1984). *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*. Grenoble: La pensée sauvage.
- Asenova, M., D’Amore, B., Fandiño Pinilla, M. I., Iori, M., & Santi, G. (2020). La teoria dell’oggettivazione e la teoria delle situazioni didattiche: Un esempio di confronto tra teorie in didattica della matematica. *La matematica e la sua didattica*, 28(1), 7-61.
- Brousseau, G. (1989). La tour de Babel. *Études en didactiques des mathématiques*. 2. Irem de Bordeaux.
- Bunge, M. (1985). *Pseudociencia e ideología*. Madrid: Alianza.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12 (1), 73-112.
- Chevallard, Y. (1999). L’analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19 (2), 221-266.
- D’Amore, B. (1996a). L’infinito: storia di conflitti, di sorprese, di dubbi. Un fertile campo per la ricerca in Didattica della Matematica. *La matematica e la sua didattica*, 10(3), 322-335. [Este texto fue republicado en idioma español, con bibliografía completa: El infinito: una historia de conflictos, de sorpresas, de dudas. *Epsilon*, 12(36), 1996, 341-360. Este artículo fue republicado, con bibliografía completa en: *Bollettino dei docenti di Matematica*, 17(33), 1996, 1-10].
- D’Amore, B. (1996b). Infinite processes throughout the curriculum. *Proceedings of the 8th ICME International Congress on Mathematical Education*. Sevilla 14-21 Julio 1996, 309-311. (Se trata de la conferencia inaugural del Topic Group del cual el autor era el Chief Organizer).
- D’Amore, B. (2000). “Concetti” e “oggetti” in Matematica. *Rivista di Matematica dell’Università di Parma*, 6(3), 143-151.
- D’Amore, B. (2001a). Conceptualisation, registres de représentations sémiotiques et noétique: interactions constructivistes dans l’apprentissage des concepts mathématiques et hypothèse sur quelques facteurs inhibant la dévolution. *Scientia Paedagogica Experimentalis* [Gent, Bélgica], 38(2), 143-168.
- D’Amore, B. (2001b). Un contributo al dibattito su concetti e oggetti matematici: la posizione “ingenua” in una teoria “realista” vs il modello “antropologico” in una teoria “pragmatica”. *La matematica e la sua didattica*, 15(1), 4-30.
- D’Amore, B. (2005). Pratiche e metapratiche nell’attività matematica della classe intesa come società. Alcuni elementi rilevanti della didattica della matematica interpretati in chiave sociologica. *La matematica e la sua didattica*, 19(3), 325-336.
- D’Amore, B. (2007). Voces para el diccionario: Frabboni F., Wallnöfer G., Belardi N., Wiater W. (Compiladores) (2007). *Le parole della pedagogia. Teorie italiane e tedesche a confronto*. Turin: Bollati Boringhieri. Voces: Didattica disciplinare (72-75), Formazione in scienze naturali (140-142), Formazione in matematica (145-147), Scienza (335-337).
- D’Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I. (2001). Concepts et objets mathématiques. En: Gagatsis A. (compilador.) (2001). *Learning in Mathematics and Sciences and Educational Technology*. Vol. 1. Nicosia: Intercollege Press. 111-130.

- D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I. (2020a). *Per una teoria delle didattiche disciplinari*. Bologna: Pitagora.
- D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I. (2020b). Historia del desarrollo de la Didáctica de la Matemática. Un estudio realizado con los medios teóricos de la EOS (Enfoque Onto-Semiótico). *Paradigma*, 41(1), 130-150. <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/index>
- D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I. (2020). *Per una teoria delle didattiche disciplinari. Saggio per docenti e ricercatori*. Prefazione di Maura Iori. Bologna: Pitagora.
- D'Amore, B., Font, V., & Godino, J. D. (2007). La dimensión meta-didáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. *Relime*, 38(2), 49-77.
- D'Amore, B., & Frabboni, F. (1996). *Didattica generale e didattiche disciplinari*. Milán: Angeli.
- D'Amore, B., & Frabboni, F. (2005). *Didattica generale e didattica disciplinare*. Milán: Bruno Mondadori.
- D'Amore, B., & Godino, D. J. (2006). Puntos de vista antropológico ed ontosemiótico in Didattica della Matematica. *La matematica e la sua didattica*, 21(1), 9-38.
- D'Amore, B., & Radford, L. (2017). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos*. Bogotá: Editorial Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Fandiño Pinilla, M. I. (2011). Per una buona didattica è necessario un buon Sapere. *Bollettino dei docenti di matematica*, 32(62), 51-58.
- Flach, P. A., & Hadjiantonis, A. M. (Compiladores.) (2000). *Abduction and Induction: Essays on their Relation and Integration*. Dordrecht: Springer.
- Font, V., Godino, D. J., & D'Amore, B. (2007). Ontosemiotic approach of representation in mathematics education. *For the learning of mathematics*, 27(2), 2-7 y 14.
- Gascón, J. (1998). Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18(1), 7-33.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22(2-3), 237-284.
- Godino, J. D., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Kuhn, T. S. (1957). *The Copernican Revolution*. Cambridge (Mass): Harvard Univ. Press.
- I. Lakatos y A. Musgrave (Compiladores.) (1960). *Criticism and the Growth of Knowledge*. Cambridge: Cambridge Univ. Press.
- Neisser, U. (1967) *Cognitive Psychology*. New York: Appleton-Century-Crofts.
- Romberg, T. (1988). Necessary ingredients for a theory of mathematics education. En: H. G. Steiner y A. Vermandel (Compiladores) (1988), *Foundations and methodology of the discipline Mathematics Education*. Proceedings of the 2nd TME. Bielefeld.
- Sierpinska, A., & Lerman, S. (1996). Epistemologies of mathematics and of mathematics education. En: A. J. Bishop et al. (Compiladores) (1996), *International Handbook of Mathematics Education*. (827-876). Dordrecht, HL: Kluwer A. P.