

Schede bibliografiche

a cura di B. D.

Acheson D. (2009). *1089 e altri numeri magici. Un viaggio sorprendente nella matematica*. Bologna: Zanichelli. [La prima edizione originale USA in lingua inglese di questo libro è del 2002].

Nella collana *Chiavi di lettura* che la Zanichelli dedica a “piccoli libri autorevoli” soprattutto di tema scientifico, è la volta di questo agile, simpatico, prezioso spaccato creativo e razionale nel mondo della matematica ricreativa. Vi si trovano formule eleganti e belle, una ministoria di π , il numero e , i grandi errori, la musica, le catastrofi, astronomia ed ellisse, e così via. Il tutto è scritto con disinvoltura, senza prosopopea, però con attenzione alle matematiche cose, cioè con sufficiente rigore e puntualità, ricco di notizie storiche su personaggi, fatti, dati e cronologie. La sua lettura richiede solo una conoscenza di matematica di base, diciamo da fine scuola secondaria superiore, non di più, perché i passi eventualmente successivi sono guidati dall’Autore, con cura meticolosa dedicata proprio alla spiegazione. Credo si tratti di una lettura doverosa da parte dell’insegnante alla caccia di idee per attrarre i propri studenti; di una lettura auspicabile da parte di quegli studenti che, amando la matematica, vogliono conoscerne aspetti che non sempre è possibile svolgere nelle ore scolastiche; di una lettura possibile da parte di quegli studenti per i quali la matematica non è di facile ed immediata digeribilità, ai quali potrebbe essere utile un punto di vista informale.

Bottazzini U. (2015). *Numeri*. Bologna: il Mulino.

Questo è davvero un bel libro adatto a tutti, da leggere con gusto e interesse, approfittando delle curiosità stimolanti che contiene, degli infiniti riferimenti storici, delle ghiotte narrazioni. Piacevoli i riferimenti a questioni evolutive, a problematiche storiche, a leggende o narrazioni, più o meno note, sempre arricchite da immagini o suggerimenti precisi. L’Autore riesce, in meno di 200 pagine, a dare una visione ampia dell’aritmetica e sui numeri in generale, di vasta cultura, restando il più possibile sul generale (anche per non spaventare l’eventuale lettore non specialista) ma compiendo ogni tanto degli a-fondo ammirevoli su alcune questioni che lo meritano.

Si passa dalla percezione spontanea della quantità alla formazione dell’idea di numero negli animali e nell’uomo, alla preistoria dell’aritmetica, alla sua nascita composta e consapevole; e si procede con gli esempi della prima civiltà greca fino all’Ellade. Si narra delle difficoltà che ebbe l’aritmetica indiano-araba a penetrare in Europa e la straordinaria avventura della creazione di sistemi numerici sofisticati, come gli immaginari, i complessi, i

quaternioni, gli ipercomplessi. Impossibile non avventurarsi nel ginepraio dell'infinito, iniziando con i primi matematici di cui si hanno notizie storiche e culminando con l'avventura di Georg Cantor e Richard Dedekind, e dunque affrontando la spinosa questione della creazione dei numeri reali (ai quali l'Autore aggiunge gli irreali e i surreali, non a tutti noti).

Bello l'ultimo capitolo che porta il titolo stesso di uno dei più celebri articoli della storia della matematica (Cosa sono i numeri?); sono poche pagine, una dozzina o poco più, ma dense di fascino epistemologico e storico.

Credo che nessun insegnante di matematica debba farsi scappare l'opportunità di leggere questo libro per usarlo concretamente in aula, per farlo conoscere ai suoi allievi più brillanti. A volte, durante le lunghe ore scolastiche, quasi per forza di cose, la matematica rischia di essere pesante e ripetitiva; interrompere per qualche decina di minuti con uno di questi ghiotti esempi, con la lettura di un paragrafo, credo possa giovare al rapporto non sempre felice fra i nostri giovani liceali (o universitari) e la matematica.

Luigi Borzacchini (2005). *Il computer di Platone. Alle origini del pensiero logico e matematico*. Prefazione di Piergiorgio Odifreddi. Bari: Dedalo.

Luigi Borzacchini (2010). *Il computer di Ockham. Genesi e struttura della rivoluzione scientifica*. Bari: Dedalo.

Luigi Borzacchini (2015). *Il computer di Kant. Struttura della matematica e della logica moderne*. Prefazione di Gabriele Lolli. Bari: Dedalo.

Ricordo ancora quando lessi il primo volume di questa trilogia, ricordo che me lo consigliò il collega e amico che ne aveva scritto la prefazione. Senza conoscere l'autore, gli scrissi una lettera, la nostra prima lettera. Diceva, sostanzialmente: "Caro Collega, ti odio". Questo forte sentimento ambivalente era dovuto in prima istanza al fatto che per leggere le 500 pagine del libro ci avevo messo un anno, impegnandomi a fondo e ovviamente lasciando indietro cose urgenti; ma soprattutto al fatto che gli studi, le riflessioni, le analisi dell'autore mi avevano costretto a dolorosi ripensamenti. Mi resi conto che anch'io ero caduto in quella che potremmo chiamare la "trappola del paradigma sintattico", sulla base del quale ciascuno di noi assegna al linguaggio l'idea di rappresentare la realtà, usando poi le derivazioni sintattiche per interpretare deduzioni logiche e non fenomeniche e riportarle (a volte acriticamente) alla realtà. Sembra così ovvio e sembra così naturale tutto ciò, anche grazie al trionfo del computer nella nostra attualità, che quasi non ci si interroga più su come fosse prima che nascessero i formalismi algebrici e le logiche almeno formali se non matematiche. Eppure è possibile, grazie a Borzacchini, ripercorre la storia del pensiero logico per rendersi conto che questo nostro punto d'arrivo è un traguardo cognitivo, non innato, che le

nostre sorgenti culturali ne erano prive. Su ogni pagina nella quale trovavo spunti interessanti, scrivevo note a volte lunghissime; e ora la mia copia ha i margini delle singole pagine, che una volta erano bianchi, completamente grigi, perché prendevo (e prendo) appunti rigorosamente a matita. Alcuni ripensamenti critici sono stati duri da accettare, in un certo qual senso dolorosi, ma necessari, di fronte all'incalzare stringente, dotto e logico dell'autore. Gli scrissi ancora, confermando una versione positiva di quell'odio, ma facendogli i complimenti per questo possente studio. E lui mi annunciò che già stava lavorando al seguito...

Uscì, di fatto, tale seguito, cinque anni dopo, passando dall'Antichità al Medioevo e al Rinascimento, l'epoca nella quale si realizzò quella rivoluzione scientifica che ancora oggi anima e informa le nostre moderne visioni di scienza. Da Parmenide, Zenone, Pitagora, Platone, i Sofisti, Aristotele, Eudosso, Archimede, Diofanto, Cina, si passa ad Anselmo, la Scolastica, Abelardo, Arabi, Fibonacci, Giordano Nemorario... agli eroi del Rinascimento. Non una "fastidiosa parentesi" fra il mondo antico e quello moderno, come a volte sembrano volere affermare fra le righe certi autori, ma il periodo della nascita di un mondo nuovo, che getta le basi di questa "scienza dei segni" che oggi domina le visioni epistemologiche. Capire Ockham, dopo aver capito Platone, è un altro passo verso, dice l'autore, "capire davvero come funziona un computer", il trionfo della "rappresentazione sintattica". E, anche in questo caso, molte delle visioni contemporanee su quel che significò per tutti noi moderni l'epoca Medioevo-Rinascimento va rivisitata e reinterpretata, facendo piazza pulita di sensi comuni e di idee consolidate. Con che coraggio Borzacchini propone reinterpretazioni stringenti e appassionanti. In queste nuove 650 pagine avvince e distrugge, con citazioni e informazioni perfette, stringenti, convincenti. Questa volta decisi di stendere le note su un quaderno a parte e di mettere uno sticker colorato che sporgesse dal corpo del libro, sul bordo superiore di ogni pagina che contenesse un brano sul quale avessi scritto note e riflessioni personali; il risultato è che ci sono ora centinaia di bordi gialli di foglietti autoadesivi che gonfiano il libro a dismisura. Mi piacerebbe farvi vedere la foto.

Fu a questo punto, 2010, che seppi del III volume, anche perché lo sforzo editoriale della coraggiosa Dedalo era notevole e mi misi, da una parte ad aspettarlo, quasi con ansia, e da una parte a caldeggiarlo presso la casa editrice...

E uscì, è uscito da poco, da pochi mesi, il III tomo, altre 600 pagine. Ancora esattamente 5 anni dopo. Questa volta la lettura è per me più agevole, vuoi perché conosco meglio gli autori da Leibniz (che ho tanto studiato in passato) in poi, vuoi perché la parte strettamente matematica prende il sopravvento: Newton, Lagrange, Dedekind, Cantor, Frege... Vuoi perché ho dedicato anni allo studio di Kant, e questa volta mi ci ritrovo in pieno. Lettura rapida? Aspetta, aspetta... "Rapida" è aggettivo poco adatto, pur sempre di mesi si

tratta. Vi sono capitoli che mettono in evidenza un'analisi così sottile che vanno letti e riletti, come quello sull'infinito (Capitolo 9), tema che ciascuno di noi scopre di sapere a modo suo, tanto che quando lo leggi scritto da un altro, a volte sei sorpreso. I numeri reali, la logica moderna, il trionfo specifico del paradigma sintattico di Frege (altro mio grande amore del passato), il ruolo di Bolzano e di Gauss... C'è una frase dell'autore che mi ha conquistato, messa addirittura in copertina: "Dietro l'odore di eterno che aleggia tra i numeri c'è un'antropologia, la più radicale delle antropologie, che vive di mutamenti cognitivi inauditi, nascosti sotto l'apparente immutabilità delle sue leggi". Vedete, potenziali lettori? Vedete che forza? Come non odiarlo pensando: "Questa frase l'avrei potuto/voluto scrivere io, la penso esattamente così. Ma perché l'hai scritta tu?". Come può un matematico che si occupa di apprendimento restare impassibile di fronte a quel che scrive il prefatore, citando l'autore? "Borzacchini ci avverte che la storia della scienza non è veramente comprensibile se la si racconta come scandita dalle grandi idee, perché al di sotto delle idee agiscono i processi cognitivi che tali idee motivano e trasformano".

Il mio sogno è che ogni persona che abbia a cuore la matematica, la sua storia, il suo pensiero, i suoi processi cognitivi decida di leggere con estrema attenzione e dedizione questi tre volumi, ringraziando l'autore per averli scritti e Claudia, l'editore, per averli accettati e stampati. Credo che ciascuno di noi, che diciamo di amare o di credere nella matematica e nel pensiero scientifico che essa veicola, debba nella vita trovare il tempo, il modo, la costanza di studiare con profondità questa opera. Di modo che, quando saremo costretti dalle barbarie a buttare al rogo tutti i libri del mondo e a salvarne solo alcuni, questi siano un candidato prepotente.

Toffalori C. (2015). *Algoritmi*. Bologna: il Mulino.

Che Carlo Toffalori sia persona colta, arguta e simpatica si sapeva già, basta vedere la sua produzione precedente. Ma in questo libro, ricco e sottile, costruito con cura in modo armonico e avvincente, supera sé stesso. Fin dall'esordio (*Bolle di sapone*) ci conquista con un sarcasmo e un'ironia sottili, e poi così prosegue anche se, talvolta, affronta argomenti assai spinosi e complessi, anche se lo fa con un linguaggio avvincente. Fin dai primi passi, riesce a catturare il lettore con esempi stimolanti che sembrano sempre alla portata di tutti e che invece spesso nascondono contenuti sottili e tutt'altro che banali. Nella famosa soluzione (assurda: -4) del celebre problema delle noci da dividere e della scimmia, riesce a dare un tocco di magia narrativa, per esempio. E poi, pian piano, sistematizza tutto l'argomento, ma sempre senza eccedere in formalismi eccessivi, anche perché la collana (*Raccontare la matematica*) è destinata al grande pubblico.

Mi sono divertito moltissimo con la metafora di Merlino e Artù, attraverso la

quale è riuscito a svelare più d'una sottile verità, ricorrendo al racconto brillante e creando una situazione falsamente verosimile. Mille esempi, mille citazioni, mille riferimenti, proposti e regalati con eleganza e ironia, ma una ironia sottile che conquista il lettore. L'ultimo capitolo, il IV, è un vero gioiello per i contenuti molto attraenti e per la maestria con la quale essi sono proposti. Conoscendo un po' la tematica di tutto il libro e in particolare alcuni degli argomenti in maniera più specifica, mi sono molto divertito a vedere le strategie ricche di perizia con le quali li affronta.

Io credo che questo libro possa essere letto con profitto da tutti gli insegnanti di matematica, per il proprio diletto personale e per arricchire la propria cultura, fondamentale per la professione. Ma lettori possibili sono anche bravi studenti di secondaria e di università. Gli insegnanti, poi, potrebbero sfruttare molte delle stimolazioni narrative e giocose qui proposte, per proporle a modo di contenuti matematici nella loro attività didattica. Alcuni famosi giochi sono qui proposti in maniera accattivante e, secondo me, direttamente proponibili in aula, come le Torri di Hanoi, l'Hex e molti altri. Mostrare a dei giovani studenti che, all'origine o nella risoluzione di giochi appassionanti la matematica fa la differenza, è certo una provocazione culturale e una sollecitazione cognitiva di alto livello.

Guy Brousseau, Nadine Brousseau, Virginia Warfield (2014). *Teaching Fractions through Situations: A Fundamental Experiment*. Dordrecht and other: Springer.

Chiedo scusa ai lettori; questo libro formidabile è uscito oltre un anno fa, ma consegno questo mio testo solo ora. La lettura è stata in un certo senso agevole e anche abbastanza rapida, soprattutto perché molte di queste esperienze didattiche mi erano familiari, assai note nella loro sostanza e in molti particolari da decine d'anni; ma la presentazione critica che ne viene qui fatta è allo stesso molto storicizzata e attuale e mi ha costretto ad alcune letture complementari. Alcune riguardano testi del passato, perfino degli anni '70, altre sono più moderne perché gli Autori, oltre che raccontare imprese del passato e fare il punto su quelle teorie che, di fatto, hanno dato il via a quella scienza che oggi chiamiamo in tutto il mondo *Didattica della Matematica*, hanno voluto inserire in bibliografia anche testi assai più recenti, alcuni dei quali non avevo esaminato a fondo fino ad oggi.

Per me è stata la piacevole riscoperta di "esperimenti fondamentali" (come li hanno sempre chiamati i coniugi Brousseau fin dagli esordi), ma anche di una loro revisione critica, molto importante e attuale.

Dunque, il libro. Il libro parla di frazioni, ma soprattutto parla di teoria delle situazioni, ma parla anche di che cosa significa creare un esperimento fondamentale, all'interno della teoria delle situazioni, sul tema delle frazioni. Creare cioè delle situazioni empiriche concrete interessanti che spingano lo

studente a ricostruire da sé la teoria, non ad ascoltarla – farla propria come fosse un oggetto esterno a sé – saperla ripetere. Sappiamo tutti che la base della teoria delle situazioni consta di due momenti iniziali fondamentali: la *devoluzione* (da parte dell'insegnante) e l'*implicazione* (da parte dello studente). Lo studente sa che sta accettando di attuare, implicandosi nella situazione proposta dall'insegnante, per imparare qualcosa, ma non sa che cosa; sta all'insegnante creare situazioni opportune, non solo attraenti, ma efficaci, affinché lo studente impari quel che l'insegnante ha in mente, un particolare oggetto matematico.

Ricordo qui che Guy Brousseau pubblicò con Dunod nell'ottobre del 1964, come sua prima esperienza editoriale, un libro di matematica senza parole, solo suggerimenti di lavoro per i bambini di prima primaria; e che da lì partirono poi tutte le sue famosissime esperienze che ufficialmente datano 1975 e oltre, ma la cui sistemazione teorica ha basi precedenti. Le idee teoriche di Guy e Nadine Brousseau divennero concreta azione didattica negli anni '70 e '80 grazie alle esperienze francesi del COREM e degli IREM che furono considerate esempi da seguire da tutti gli studiosi delle problematiche di insegnamento-apprendimento del mondo intero.

Questo libro è un esempio, e che esempio!, di come una situazione speciale, opportuna, ben studiata a tavolino possa costituire l'ossatura concreta di un apprendimento che sia significativo, creativo, razionale, duraturo. L'esperienza è descritta con mille dettagli in 15 moduli, per un totale di oltre 40 lezioni efficaci, 120 pagine. Poi si passa alle osservazioni legate alla realizzazione effettuata dai maestri, i veri artefici dell'*Avventura*, con tutte le note da essi proposte all'esperienza, poco meno di 40 pagine. Per poi passare all'esperienza messa a disposizione dei ricercatori, con una descrizione storica di estremo interesse dei preludi della *Didattica della Matematica*, dalla "Matematica Moderna" degli anni '50-'60 a oggi, altre 35 pagine di estremo interesse.

Si tratta di una vera ghiottoneria per l'insegnante che ha avuto esperienza della difficoltà che si incontra a far costruire ai propri allievi l'idea di "frazione" nella scuola primaria o secondaria; e per i ricercatori che hanno la possibilità di poter far uso, in un testo concentrato e unico, di migliaia di informazioni storiche sull'evoluzione della prima teoria scientifica che abbia costituito la *Didattica della Matematica*, cioè la teoria delle situazioni.

Oggi, che di teorie ne esistono tante, a maggior ragione ha senso cercare una radice comune a tutte; non per servirsene in maniera univoca, ma per concepire il fatto che tutte queste teorie costituiscono un *unicum*, una sola scienza.

Poincaré J. H. (2016). *Ultimi pensieri*. A cura di Vincenzo Barone. Bari: Dedalo.

Dedalo, la preziosa e sempre attenta casa editrice di Bari, ci regala questa opera che non potrà passare inosservata; essa contiene, a cura di Vincenzo Barone, nove testi di Poincaré e quattro appendici, molti dei quali non erano mai stati tradotti in italiano. In essi, l'indiscutibile genio polimorfo di Jules Henri Poincaré (1854 – 1912) si mostra in tutte le sue sfaccettature, passando dalla matematica, alla fisica, alla morale. Alcuni di questi testi sono conferenze, come *L'evoluzione delle leggi* che fu tenuta a Bologna nel 1911, *Lo spazio e il tempo*, Londra 1912, *L'ipotesi dei quanti*, sempre Londra 1912, *I rapporti fra la materia e l'etere*, Parigi 1912 eccetera. Altre sono testi di articoli apparsi su varie riviste, ma mai raccolti tutti insieme, in un unico tomo. I lavori di fisica sono preziosi; è ben noto che Poincaré accettò solo tardivamente la teoria dei quanti ma, quando lo fece, vi diede contributi assai significativi. I lavori di matematica sono straordinari; io in particolare adoro *Perché lo spazio ha tre dimensioni* e invito tutti a leggerlo. Poincaré, nella sua curiosità intellettuale senza fine, non disdegna considerazioni di carattere storico (*Cournot e i fondamenti del calcolo infinitesimale*, per esempio) o di carattere epistemologico (*I fondamenti della geometria*, altro saggio geniale) o infine di carattere divulgativo (*Il diavoletto di Arrhenius*).

I suoi testi sono profondi, dotti, scientificamente insuperabili, ma in più occasioni dimostra un'ironia pungente e trascinate come quando, in *La logica dell'infinito*, fa le pulci a un famoso articolo di Bertrand Russell sull'assioma di riducibilità.

Straordinario dal punto di vista filosofico il saggio *La matematica e la logica*, nel quale dà una descrizione profonda e semplice allo stesso tempo delle varie teorie di epistemologia della matematica a lui contemporanee, almeno per quanto concerne l'infinito matematico.

Fuori dal contesto scientifico accademico, segnalo *L'unione morale*, il testo di una conferenza che Poincaré tenne ai membri della *Lega francese per l'educazione morale* tre settimane prima della morte; qui propone vedute assai moderne, piene di fascino.

Un libro, insomma, che ancora una volta testimonia la grandezza di uno dei personaggi chiave della cultura umana di tutti i tempi.

Borzacchini L. (2016). *La scienza di Francesco. Dal santo di Assisi al papa argentino*. Bari: Dedalo.

Soprattutto la tormentata vicenda di Galileo, il duro controllo esercitato dalla Chiesa cattolica nel Rinascimento sull'indagine scientifica in nome di un aristotelismo inteso in modo discutibile e varie altre vicende successive, come il rogo delle streghe e storie simili, hanno indotto per secoli a considerare insanabile un divario che appare evidente fra la Chiesa cattolica stessa e la

scienza; l'opposizione fra una teoria creazionista e una teoria evuzionista, la proposta del Big Bang, ha decretato come insanabile quel dissidio. Ma poi, diverse encicliche hanno cercato di risanare questa interpretazione e addirittura seminari e convegni di studio, in un recente passato, hanno mostrato come, a partire dal Medioevo, addirittura i francescani, potessero pensarsi come antesignani della scienza moderna. Basti ricordare il convegno di Assisi del 2006: *I Francescani e la scienza*.

Fra tutte le encicliche citabili possibili, ricordo l'ultima, cui fa riferimento l'Autore, quella *Laudato si'* di papa Francesco, al secolo Jorge Mario Bergoglio, primo papa gesuita e primo papa americano, perito chimico come formazione di studi (*Il Sole 24 Ore*, 13 marzo 2013); l'enciclica fu promulgata nel giugno del 2015 ed è ben noto che inizia con una citazione del *Cantico delle Creature* o *Cantico di Frate Sole*, un eccezionale splendido componimento poetico di Francesco d'Assisi, forse del 1224, un inno alla vita e una proposta di fede nella Natura. Per molti, una poesia a soggetto scientifico che di certo richiama alcuni brani del *Libro dei Proverbi*, uno dei quali non a caso citato da Enzo Fortunato, l'autore della prefazione a questo libro: *Il Signore ha fondato la terra con sapienza, ha consolidato i cieli con intelligenza*. Con sapienza e intelligenza, dunque, con razionalità.

Tutto questo lungo preambolo per cercare di descrivere, in poche righe, questa nuova opera dell'amico e collega Luigi Borzacchini, devoto di Francesco e docente (volevo scrivere: *ma* docente) di *Storia e fondamenti della matematica* e di *Logica matematica*, presso l'università di Bari.

Ho avuto la fortuna di leggere questo libro in bozze, ma già ne avevo intuito tratti nel precedente libro di Luigi, *Il computer di Kant*, nel quale alcuni di questi temi facevano capolino. E devo dire di esserne rimasto impressionato. Anch'io mi sarei messo nella categoria non ben definita di coloro che pensano più a un dissidio fra scienza e religione, anche se ho mille ragioni storiche per non assumere una posizione drastica. Per esempio, mi aiuta in ciò il lungo elenco di francescani (mi limito a questi, visto che Francesco è il nome più citato in tutto il libro) che nella storia hanno dato contributi alla scienza. Per quel che ne so, il gigante Ruggero Bacon (studioso di ottica, ma anche di molto altro), Giovanni Peckham (il fenomeno della luce, astronomia e matematica), Riccardo di Mediavilla (precursore della scienza moderna, secondo il famoso fisico Pierre Duhem), il geniale Guglielmo di Ockham, Giovanni di Casale (precursore della fisica matematica), Giovanni di Ripatransone (seguace di Duns Scoto), Francesco da Appignano (astronomia), Pietro Gallego (scienze naturali), l'enciclopedista Bartolomeo Anglico, solo per ricordare i primi che mi vengono in mente; ma i più significativi appaiono nel libro in oggetto, trattati con enorme dovizia di particolari.

Molte delle opere scientifiche nate in seno alla comunità francescana sono di carattere chimico (diremmo oggi) e medico, studi con lo scopo di ridurre le infermità dei popolani poveri o almeno di lenire i loro effetti; in questo settore

va ricordato ancora Ruggero Bacone insieme a Bonaventura da Iseo e Giovanni da Rupescissa.

Dunque, il discorso non è nuovo, eppure suscita in molti incredulità e sorpresa, dato che, come dice l'Autore, davvero c'è chi s'immagina la comunità francescana delle origini come una sorta di comunità hippy di stampo socialista; e, certo, certa filmografia e certa letteratura hanno aiutato a costruire questa immagine.

Questo libro, che sostiene una tesi teologica forte, sulla quale però non interverrò, è un dotto e profondo libro storico, scientifico di prim'ordine. Il suo percorso è storico e critico all'un tempo, parte dell'analisi della scienza di Aristotele per come è davvero, e non per come viene normalmente proposta in certi libri di storia di basso livello, per poi delineare il concetto di scienza nel Cristianesimo delle prime vicende e nell'Alto Medioevo. Questo è un momento interessante per la storia; dal latino diffusamente parlato, si passa all'accettazione delle lingue locali, già praticate, sì, ma come sottolingue, dialetti.

Si passa poi allo studio storico e scientifico del Basso Medioevo, dei contributi scientifici e dei contrasti con la Chiesa che si stava espandendo. È in questo ambito che nasce la congregazione dei francescani, molti dei quali teologi, filosofi e comunque persone di alta cultura, docenti universitari sparsi per l'Europa. Ed è in quest'ambito che Aristotele viene reinterpretato, nel tentativo di fondere l'architettura metafisica con il pensiero cristiano. Ricordiamo che è in questo periodo che si dibatte il violento ma necessario tema logico-metafisico della dicotomia universale-individuo che ha dato alla filosofia e ai filosofi tanto da discutere ed è stato anche oggetto di violenze non solo verbali. C'è poi il problema della causalità, che viene affrontato in maniera esplicita e che ancora oggi è motivo di dissidi logici e metafisici.

Si arriva così al secolo XIV, uno dei più agitati e interessanti della storia umana, purtroppo in passato oscurato dai romantici innamorati solo del Rinascimento, un secolo luminosissimo, altro che buio. La logica e la fisica si allontanano sempre più, l'individuo diventa soggetto dell'epistemologia, il linguaggio e la logica vivono a mio avviso alterne vicende, da un ripudio feroce a un avvicinamento significativo; si consolidano gli studi (già apparsi nel secolo precedente) sul linguaggio mentale. Si afferma la versione estensionale che avrà la sua fortuna totale solo alla fine del XIX secolo in logica, tanto da uniformare e dominare il linguaggio della logica e della matematica nella prima metà del secolo XX. Si afferma la necessità di uno studio specifico del linguaggio della filosofia, che l'uso dei termini non implica un'esistenza come quella reale delle cose.

E poi, ecco il nucleo del libro, il Medioevo apre alla scienza, ma non solo alla scienza generalmente intesa, anche alla scienza modernamente intesa, in tutti i suoi aspetti: spazio, tempo, movimento, logica, algebra, ...

Siamo a tre quarti del libro, quando appare il mondo moderno, nel quale

scienza e cristianesimo si confrontano, a fasi alterne. E qui l'Autore ci sorprende, per esempio con un'analisi francescana della legge di gravitazione universale... Ma c'è di più, molto di più, e il lettore avido e curioso potrà solo leggere il libro per saperlo. C'è perfino la famosa posizione tomista di Benedetto XVI (al secolo Joseph Aloisius Ratzinger) sull'accettazione della teoria dell'evoluzione, distinguendo un'origine orizzontale naturalistica da un'origine verticale ontologica.

E finalmente si arriva a un capitolo specifico dedicato al Concilio Vaticano II (1962–1965) che ha dato uno scossone alla chiesa cattolica, ben noto a tutti, anche nel campo delle relazioni con il mondo della scienza. Qui trova posto anche il controverso tema del relativismo il cui tema centrale è quello del linguaggio.

Il capitolo finale è dedicato alla già ricordata enciclica di Francesco.

E parliamo ora della resurrezione di Cristo. Naturalmente tutti sappiamo delle diverse interpretazioni date a questa resurrezione, da quella vera e propria, fisica, più diffusa fra i cristiani, a quella di un corpo spiritualizzato non fisico del teologo svizzero Hans Küng; dal fatto concreto al fatto escatologico proposto dal teologo italiano Vito Mancuso; dalla risurrezione reale a una resurrezione che va interpretata in chiave puramente simbolica, proposta dal teologo gesuita statunitense Robert Haight; e varie altre. C'è poi il forte dibattito se la resurrezione sia un fatto storico accertato o no. Insomma la questione è complessa assai.

Ma torniamo al libro. Intellettualmente profonda la conclusione: “Conclusioni del Contastorie” e in particolare la spiegazione (finalmente!) di quel che fece Gesù Cristo il sabato, essendo spirato il venerdì e resuscitato la domenica. Perché aspettare il terzo giorno, dunque, perché non resuscitare subito? Sì, tutti sanno che Cristo è sceso agli Inferi, ma a far che? No, lettore avido, non ti rivelerò nulla, dovrai leggerlo da solo.

Bergmann J., Sams A. (2012). *Flip your classroom. Reach every student in every class every day.* Washington, DC: ISTE; Alexandria, VA: ASCD. Edizione in lingua italiana: 2016. *Flip your classroom. La didattica capovolta.* A cura di Sergio Vastarella. Firenze: Giunti Scuola.

Se ne parlava da tanto, erano arrivati spezzoni di informazione dagli USA e da altri Paesi, a volte contraddittori. E finalmente siamo di fronte a un'edizione completa italiana di questo famoso libro che si occupa di metodologia didattica, non di didattica della chimica, come qualcuno diceva, ma di didattica reale in aula, nelle scuole, di non importa quale materia. E a presentare al pubblico italiano un'opera egregia, chiara, ben documentata e commentata è Sergio Vastarella, maestro di scuola primaria, laureato in Scienze della Formazione, dottorando presso l'Università di Bolzano, di certo

il più esperto in questa tecnica didattica, almeno in tutta Italia, visto che ha collaborato personalmente con Bergmann e Sams, che ha già sperimentato non solo in Italia questa metodologia, che l'ha studiata a lungo, ideando anche una sua applicazione nella scuola primaria, cosa che neppure i due creatori avevano mai pensato.

Di che cosa si tratta, lo sanno tutti: scambiare tra loro le fasi più tipiche della lezione cosiddetta frontale; gli insegnanti registrano o usano registrazioni che trattano un certo tema T di una certa disciplina; invece che dare spiegazioni frontali agli studenti, affidano loro il compito di vedere e rivedere questa registrazione a casa, senza spiegazioni o trattazioni precedenti, usando quando vogliono il tasto di pausa e di replay, prendendo appunti su quel che capiscono e preparando domande su quel che non capiscono o non capiscono appieno. Il giorno dopo, il ruolo del docente cambia radicalmente; lui non spiega oralmente T, ma risponde alle domande degli studenti su T. Dirige il lavoro in aula, guadagna tanto tempo da dedicare a esercitazioni (che si fanno in aula, discutendone i passaggi con i compagni, piuttosto che a casa da soli) o a laboratori, a discussioni eccetera. Questa è la base, indiscutibilmente affascinante; ma c'è molto di più. Con il passare del tempo, gli Autori e chi li ha seguiti hanno ampliato notevolmente il modello; ora gli studenti cercano a volte da sé stessi i filmati, leggono perfino pagine di libri, usano tutti gli strumenti efficaci che la moderna tecnologia mette a loro disposizione, discutono talvolta a casa con i genitori i contenuti di T, insomma tutto cambia radicalmente.

Ci sarebbe molto di più da dire, perbacco, ma questa è solo una recensione, breve, che deve attrarre tanto il lettore da indurlo a procurarsi il libro e leggerselo per conto proprio.

Io sono citato più volte nel testo, per cui ora mi diverto a fare osservazioni personali.

Non esiste UNA metodologia unica, vincente e sicura nel campo dell'insegnamento-apprendimento; ma questo lo sanno anche gli Autori e il Curatore, e lo dicono più volte; certo, però, si tratta di una bella novità, che rende davvero protagonista l'allievo che impara e non la disciplina imparata; il suo successo sembra decisamente maggiore, rispetto al classico "io ti spiego – tu ascolti – possibilmente impari – a casa ti eserciti – io correggo le tue esercitazioni", che sappiamo non funzionare più da tanto tempo.

Tanto è vero che il geniale creatore della moderna didattica della matematica, Guy Brousseau, aveva messo in crisi questa metodologia farraginoso fin dagli anni '70, proponendo, all'interno della teoria delle situazioni, le situazioni adidattiche che sembrano proprio essere la base concettuale di questa metodologia; tanto è vero che, alle pagine 122–124, nella sua Postfazione, Vastarella "ruba" pagine di un libro di D'Amore e Sbaragli, cercando di spiegare in poche parole le fasi di una situazione adidattica.

Nella loro intelligente invenzione, Bergmann e Sams riscoprono parte della

teoria delle situazioni; per esempio, a pagina 11 riscoprono la teoria degli ostacoli all'apprendimento, alle pagine 11–12 riscoprono il contratto didattico, a pag 11 il fenomeno della scolarizzazione e così via; se avessero studiato la didattica della matematica avrebbero avuto una terminologia più efficace e scientifica di quella un po' ingenua che usano; ma NON c'è motivo al mondo per cui due docenti di chimica si mettano a studiare la didattica della matematica; ed è dunque bellissimo che ne riscoprano elementi per conto proprio. E poi ricordiamo che negli USA questa teoria non ha mai avuto studiosi entusiasti, i ricercatori in didattica USA hanno in mente tutt'altro. Si pensi che l'opera fondamentale di Brousseau degli anni '70–'80 è stata tradotta solo nel 2014.

Certo, la struttura delle classi USA è assai diversa dalle nostre; da noi non ci sono gli esami finali nel loro senso; in aula possono esserci fino a 150 studenti; il fenomeno negativo delle assenze da noi non è rilevante, ma negli USA sì; la differenza fra scuole di città e scuole di campagna da noi è ridotto, lì è fortissimo; ... Insomma, ha ragione Vastarella quando studia adattamenti di questo metodo intelligente e promettente a situazioni diverse, caso per caso. E lui esperienza ne ha già fatta, in Italia, un bel po'.

Naturalmente, un cambio di metodologia comporta un cambio di valutazione; ma, intelligentemente, i due Autori danno un ampio resoconto concreto di quella da loro appositamente ideata.

Due punti mi piacciono in particolare; la novità del rapporto con i genitori e la novità della distribuzione del tempo in aula, tutto a vantaggio degli studenti.

C'è una frase di Brousseau che qui non viene citata, che io adoro, e che però è soffusa in tutto il libro: per imparare davvero uno studente deve farsi carico personale del proprio apprendimento. E questa sembra essere una molla che non dipende dalla metodologia ma che certo a me sembra maggiormente possibile in questa, che non nella classica frontale.

Una sola parola sugli strumenti tecnologici; ancora pochi giorni fa una docente italiana di scuola primaria asseriva che lei non avrebbe mai e poi mai permesso ai suoi studenti di usare alcuno strumento tecnologico, neppure la macchina calcolatrice. Mi sarei messo a piangere; significa che, in pieno 2016, costei mai ha avuto modo di vedere che meraviglie didattiche si possono proporre usando la calcolatrice; lei identificava questo strumento con l'esecuzione di calcoli; privilegia il calcolo mentale e gli algoritmi scritti rispetto a quelli meccanici, senza sapere le possibilità didattiche di questi ultimi. In questa metodologia, invece, ogni allievo usa e sfrutta al meglio delle sue possibilità ogni strumento tecnologico del quale dispone, il che è una meraviglia: lo strumento entra in aula, viene usato a casa, è uno strumento per apprendere. Finalmente.

Mi piace l'idea che gli studenti siano responsabili della scelta dello strumento, che scelgano che cosa guardare-analizzare-studiare a casa; una bella carica di responsabilità alla quale, ne sono convinto anch'io, lo studente tende a

rispondere in genere con maturità.

Naturalmente, chiudo come ho aperto, nella didattica non esistono panacee, non cadiamo in questa banale trappola. Ma, come ho già detto, gli Autori e il Curatore, ne sono pienamente consapevoli.

Duval, R. & Saenz Ludlow, A. (2016). *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas*. [Prólogo de Bruno D'Amore. Comentarios a los artículos de Bruno D'Amore y de Carlos Eduardo Vasco Uribe]. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Sia Raymond Duval che Adalira Saenz Ludlow sono stati più volte invitati a tenere seminari presso il DIE, Doctorado Interinstitucional in Educación che ha sede presso la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, a Bogotá, ma che riunisce tre università oltre quella: la Pedagogica Nacional con sede a Bogotá e la Universidad del Valle che ha sede a Cali. I loro seminari sono sempre stati frequentatissimi e di alta qualità. Si è così pensato di chiedere loro tre articoli a testa, da loro stessi scelti, fra quelli di cui sono rispettivamente autori. Noi docenti ci siamo occupati della loro traduzione e revisione; e a due di noi è stato dato l'arduo compito di scrivere presentazioni e commenti di tali 6 articoli; Carlos Eduardo Vasco Uribe ha commentato gli articoli di Adalira Saenz Ludlow, il sottoscritto quelli di Raymond Duval (ho avuto anche l'incarico di scrivere la prefazione dell'intera raccolta). Il libro è il primo di una serie di opere analoghe a distribuzione gratuita, tanto delle copie cartacee quanto di quelle pdf, destinate ai colleghi ricercatori, ai docenti del dottorato, ai docenti universitari interessati alla didattica della matematica, agli studenti di dottorato, agli studenti di master, agli insegnanti di scuola, insomma a tutti coloro che amano questa disciplina e vogliono approfondirla. A seguire, entro pochi mesi, uscirà il volume numero 2 i cui autori sono Luis Radford e il sottoscritto.

Questo volume, ovviamente, visti i nomi degli Autori, è dedicato alla semiotica, uno dei temi caldi degli ultimi 25 anni nell'ambito della didattica della matematica. I due autori hanno scelto ciascuno tre articoli convergenti sui temi che li hanno resi famosi. Dunque non si tratta di un testo che possa essere considerato come iniziale allo studio della semiotica, ma semmai di riflessione e di approfondimento. Mi piace comunicare che i livelli scolastici che in qualche modo sono oggetto delle analisi didattiche sono i più vari, dalla scuola primaria alla scuola superiore, con dovizia di particolari, di esempi e di discorsi che toccano temi diversi e con idee davvero sorprendenti e specifiche, di grande utilità.

Frenkel E. (2015). *Amor y matemáticas*. Bogotá: Ariel-Planeta.

Ho letto questa versione in lingua spagnola del testo che ha avuto la sua prima edizione in inglese nel 2013 con il titolo: *Love & Math*. Edward Frenkel è un giovane geniale matematico russo che ha ottenuto il dottorato ad Harvard e che insegna ora ad Harvard e presso l'università della California, a Berkeley, noto per i suoi lavori in geometria algebrica, topologia e fisica matematica (ma su questo notevole personaggio si può vedere wikipedia). Questo libro è fantastico, così commentato da un grande scrittore, filosofo ed economista libanese/statunitense, Nassim Nicholas Taleb (autore de *Il cigno negro*, uno dei libri che hanno cambiato il mondo): «Se non sei matematico, questo libro ti farà desiderare di esserlo». In esso si racconta la storia personale dell'autore, una sorta di profonda e dotta autobiografia, ma soprattutto dei suoi interessi in matematica, vista come la quintessenza della conoscenza e del senso della vita; ma vi si raccontano molte storie della matematica, storie vere, problemi aperti, problemi risolti in modi sorprendenti, speranze e sogni matematici. Un tema che conquista e affascina, ricorrente in tutto il libro: che cosa vuol dire lavorare in matematica, perché questa attività può e deve essere paragonata a quella dello scrittore o dell'artista; che cosa è la bellezza intrinseca della matematica, qual è il suo fascino, come si esprime. Libri su questo tema o, almeno, brani che lo trattano, ne ho letti tanti, ma questo è sofisticato, sorprendentemente affascinante. Alcuni presentatori di questo libro parlano di divulgazione della matematica, ed è vero; ma, attenzione: qui non c'è il tentativo di abbassare il livello, qui c'è il sogno di farsi capire, ma con uno sforzo di erudizione da parte del lettore (d'altra parte questo accade in ogni disciplina).

E il titolo? Geniale anche quello, un modo fantastico per attrarre il lettore. La formula dell'amore si trova, in questa edizione, a pagina 341, nel capitolo 8 dal titolo: *Cercando la formula dell'amore*.

Ma... L'idea è la seguente. L'autore vuol girare un film che faccia capire quanto profondo possa essere il molteplice legame fra matematica, sentimenti, vita, cultura, passione... Decide di ispirarsi dal punto di vista cinematografico alla pellicola *Yūkoku (Passione)* (in inglese: *The Rite of Love and Death*) il cui testo è una novella del celebre scrittore giapponese Yukio Mishima *Yūkoku* e la cui regia è dello stesso autore, così come il protagonista. È ben noto che Mishima si suicidò nel 1970, a 45 anni, dopo aver pronunciato un famoso discorso patriottico: «Dobbiamo morire per restituire al Giappone il suo vero volto! È bene avere così cara la vita da lasciare morire lo spirito? Che esercito è mai questo che non ha valori più nobili della vita? Ora testimonieremo l'esistenza di un valore superiore all'attaccamento alla vita. Questo valore non è la libertà! Non è la democrazia! È il Giappone! È il Giappone, il Paese della storia e delle tradizioni che amiamo». Terminato il discorso, si suicidò con il rituale dei samurai, il seppuku, insieme al suo caro amico e allievo Masakatsu Morita. Anche la narrazione di Mishima nel romanzo e nel brevissimo film

parla di un suicidio; si tratta della famosa storia (vera) del tenente della Guardia imperiale Takeyama e di sua moglie Reiko; Takeyama riceve dai superiori (e dunque dall'Imperatore) l'ordine di eseguire la condanna a morte di un gruppo di ufficiali giapponesi che avevano ordito un complotto per attentare alla vita dell'Imperatore stesso e di alcuni ufficiali per cercare di fermare la tremenda e devastante guerra contro le forze alleate durante la seconda guerra mondiale, guerra che tanti danni stava causando alla popolazione civile. Da un lato, Takeyama deve obbedire all'ordine del sacro Imperatore, dall'altra non può condannare quei coraggiosi rivoltosi che vogliono solo salvare la popolazione da terribili sofferenze. E così è costretto a scegliere l'unica strada dell'onore, il suicidio con una spada, il seppuku, appunto. Il film è brevissimo, muto, non c'è dialogo, è in bianco e nero, e i sentimenti forti appaiono con violenza, in modo irrefrenabile.

Ebbene, Frenkel decide di girare con questa stessa tecnica il film che narra di un matematico che trova la formula dell'amore, ma che scopre che questa, messa in mani folli, può causare danni tremendi agli esseri umani; e così lui e la sua compagna decidono di offrirla sì alla conoscenza e regalarla all'umanità, ma tatuandola (con l'antica tecnica giapponese dolorosissima dell'incisione con il bambù) sul corpo della donna amata, la quale accetta il sacrificio d'amore con amore. La storia narrata con durezza è dunque quella dell'incisione.

Ho voluto dilungarmi su questo particolare, perché è quello che dà la chiave di volta di tutto il libro, che ci regala un titolo accattivante, che spiega la passione, al limite della follia.

Ma... Ma la posizione filosofica di Frenkel è assolutamente realista, anzi addirittura platonica, cosa che non condivido per nulla. I suoi ragionamenti sono accattivanti e, in certa misura, convincenti. Il suo riferimento a grandi pensatori platonici del passato, fra i quali spicca evidentemente Gödel, è molto elegante e filosoficamente ben fondato. Ma io credo che l'intervento umano nel processo della ideazione-costruzione della matematica sia molto più che una scoperta di qualche cosa che esiste già, io credo che si tratti invece di creazione. Certo, occorre fare dei distinguo, ma non si può pensare a una matematica che non dipenda dalle scelte umane. Non è vero che la scoperta umana della matematica è già strettamente determinata e che se i gruppi non li avesse "scoperti" Galois sarebbero stati scoperti lo stesso da qualcun altro identici a quelli di Galois; è che quella teoria è stata creata così e quella non creata da un essere umano, semplicemente, non la conosciamo, non sappiamo come sia, perché semplicemente non è mai stata creata. Sì, lo so, la cosa è complicata, e non è questo lo spazio idoneo. Ma suggerisco di studiare una proposta pragmatista nella creazione matematica, opposta a quella realista della sua scoperta.

AA. VV. (2015). *Du mot au concept. Figure*. Grenoble: PUG (Presses Universitaires de Grenoble):

In particolare l'articolo: Duval R. (2015). *Figures et visualisation géométrique: "voir" en géométrie*. Alle pagine 147–182.

Una bella idea. Dal 2004 esiste un seminario a cadenza annuale di tipo pluridisciplinare, organizzato dalla *Maison de Sciences de l'Homme* di Grenoble. Si sceglie una parola, si invitano vari noti studiosi e ciascuno declina, interpreta, studia, nel suo ambito di ricerca, quella parola, in tutte le connotazioni culturali possibili. La parola scelta nel 2013 fu "Figura". Gli invitati elaborano scritti, e li presentano alla pubblicazione che avviene sotto forma di libro non appena possibile. Così, *Figura*, vede la sua realizzazione sotto forma di interessantissimo volume solo nel dicembre 2015.

Inutile dire che tutti i contributi sono ricchi e preziosi, sul piano culturale; ma che, per noi matematici e didatti della matematica, riveste un ruolo speciale quello di Raymond Duval, visto che tratta della figura intesa come ente che rende possibile la visualizzazione in geometria, anzi, come dice l'autore, permette di vedere in geometria, un vedere assai specifico, da non confondere con la semantica della stessa parola in altri campi. Com'è suo solito, Raymond è capace di far confluire in questo discorso semiotico l'epistemologia, la geometria vera e propria, il senso della vista, l'idea di percezione, il grande tema della visualizzazione (anche con le sue connotazioni didattiche non sempre positive), il rapporto fra visione ed enunciato che ne descrive le caratteristiche intrinseche eccetera; e sempre in un sottofondo coerente e prezioso, quello dell'apprendimento della geometria da parte dello studente.

Segnalo anche un altro bell'articolo, quello del collega Alain Mercier che si occupa di disegno, schema, figura e della loro interrelazione reciproca nella formazione dei saperi scientifici.

Inutile dire che, trattando di figure, vari di questi articoli hanno a che fare con la matematica, con le illustrazioni dei libri di testi e molti altri temi legati al mondo dell'apprendimento.